

USE OF VIBROACOUSTIC DIAGNOSTICS IN TECHNICAL STATE ASSESSMENT: A BAYESIAN APPROACH

Stanisław Radkowski, Robert Gumiński

Warsaw University of Technology
Institute of Machine Design Fundamentals
Narbutta 84, 02-524 Warszawa, Poland
tel.: +48 22 234 82 76, fax: +48 22 234 86 22
e-mail: ras@simr.pw.edu.pl

Abstract

The goal of the paper is to develop a new method of system operation assessment required for maintaining high level of reliability of complex systems, where the basis of such strategy is procedure relying on the results of comparative research performed with the use of diagnostic models considering the state of developing degradation of their critical elements. To this aim was adopted and presented in this paper a Bayesian probabilistic framework for technical state assessment. The idea is to search for most informational diagnostic signal, by comparing the relative probabilities and utility function for any kind of failure and proper chosen diagnostic experiment. The Bayesian approach is shown. to take into account:

1. the decision analysis with given information –prior analysis;
2. the decision analysis with new information – posterior analysis;
3. the decision analysis with unknown information – pre- posterior analysis.

Es example is considered the procedure of updating in material strength testing. The method of solving the problem described in the paper enables foreseeing the subsequent stages of defect development, thus enabling operational decisions to be made in a manner similar to the procedures applied for use of systems designed according to the “damage tolerant” principle.

Keywords: reliability, Bayesian methods, vibroacoustic diagnosis, prior models, posterior models, bispectrum

WYKORZYSTANIE DIAGNOSTYKI WIBROAKUSTYCZNEJ W OCENIE STANU TECHNICZNEGO METODĄ BAYESA

Streszczenie

Celem opracowania jest prezentacja nowej metody oceny funkcjonowania systemu dla zachowania wysokiego poziomu niezawodności złożonego układu. Bazę systemu stanowią rezultaty badań porównawczych z wykorzystaniem modeli diagnostycznych uwzględniających rozwój procesów degradacji krytycznych elementów systemu. W tym celu została adaptowana i przedstawiona w referacie propozycja wykorzystania metody Bayesa w ocenie stanu technicznego. Myślą przewodnią jest poszukiwanie najbardziej informacyjnego sygnału diagnostycznego przez porównanie prawdopodobieństw warunkowych i funkcji użyteczności dla różnych uszkodzeń i odpowiednio wybranych eksperymentów diagnostycznych. Ujęcie bayesowskie jest ukazane w przypadku uwzględnienia:

1. w analizie decyzyjnej informacji apriorycznej;
2. w analizie decyzyjnej dostępu do informacji aposteriorycznej;
3. w analizie decyzyjnej w wariancie dysponowania „nieznaną” informacją – analiza preposteroryczna.

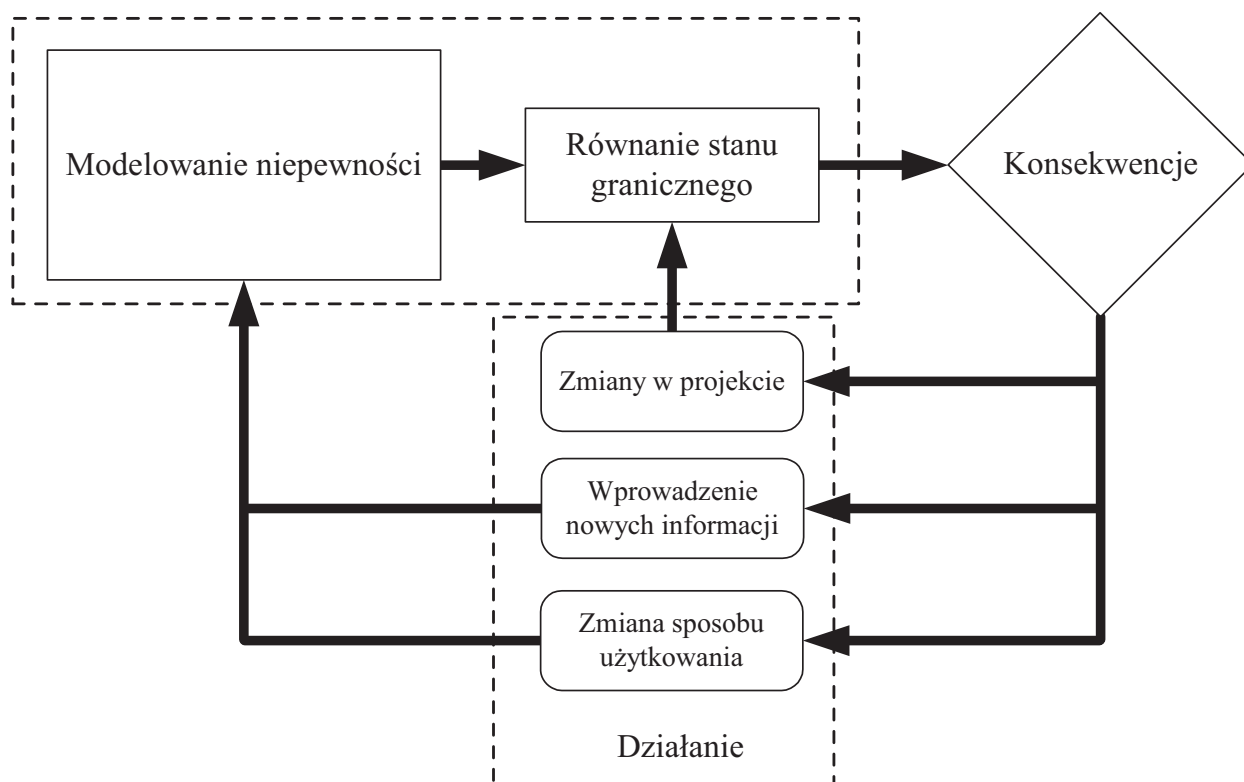
Jako przykład jest rozważana procedura bayesowskiego uaktualniania za pomocą testowania wytrzymałościowych właściwości materiału. Metoda rozwiązania opisana w pracy pozwala przewidzieć kolejne etapy rozwoju uszkodzenia, co umożliwia podejmowanie decyzji eksploatacyjnych w sposób podobny do procedur zastosowanych w systemach projektowania według zasad “damage tolerant”.

Słowa kluczowe: niezawodność, metody bayesowskie, diagnostyka wibroakustyczna, modele aprioryczne, modele aposterioryczne, bispektrum

1. Wprowadzenie

W środowisku naukowo-technicznym coraz szersze zainteresowanie towarzyszy próbom wykorzystania metod diagnostyki wibroakustycznej w analizach procesów degradacji i niezawodności krytycznych elementów układów technicznych. Najczęściej podstawę przyjmowanego sposobu postępowania stanowi metodologia bayesowska, w której w odróżnieniu do klasycznej teorii estymacji zakładającej zdeterminowany charakter parametrów, przyjmuje się pewną, różnie rozumianą losowość. Oznacza to konieczność przyjęcia założenia o istnieniu apriorycznej nieokreśloności, opisanej apriorycznymi rozkładami prawdopodobieństwa. Takie rozumowanie jest pochodną założenia przyjętego między innymi przez Bernoulliego i Laplace'a, że prawdopodobieństwo jest miarą stopnia niepewności [6]. Rozwinięciem tego sposobu rozumienia prawdopodobieństwa były prace Bayes'a umożliwiające estymację prawdopodobieństwa warunkowego na podstawie prawdopodobieństw niewarunkowych. Mimo ogromnego rozwoju tych metod podstawowym problemem pozostaje brak uzasadnionych reguł wyboru rozkładów apriorycznych.

W klasycznym bayesowskim ujęciu, zgodnie z zasadą Laplace'a, w przypadku braku informacji apriorycznej przyjmuje się jako aprioryczny rozkład równomierny. W połowie XX wieku Jeffreys opracował teorię ustalania rozkładów apriorycznych na podstawie danych eksperymentalnych. Ogromną zaletą tego sposobu postępowania jest stworzenie możliwości ustalenia rozkładu apriorycznego nawet na podstawie niewielkiego zbioru zdarzeń. Dodatkowo możliwa jest w ten sposób kwalifikacja miary subiektywnego, ludzkiego doświadczenia, czy wręcz indywidualny stosunek do uzyskanych rezultatów badań i eksperymentów. Ostatnio coraz częściej podejmowane są próby wykorzystania tego podejścia w aplikacji rezultatów diagnostyki. Przykład wykorzystania tego podejścia jest propozycją oceny prawdopodobieństwa uszkodzenia struktury przedstawiona na rysunku 1.



Rys. 1. Bayesowska ocena prawdopodobieństwa uszkodzeń struktury [3]
 Fig. 1. Bayesian probabilistic assessment of failure of structures [3]

Rozwój metod i środków diagnostyki technicznej spowodował, że coraz częściej wyniki postępowania diagnostycznego uwzględniane są w ocenie podatności eksploatacyjnej i stają się podstawą zapewnienia wyższej jakości oferowanych przez firmę wyrobów, zachowania odpowiedniej gotowości linii produkcyjnych a tym samym osiągnięcia lepszych wyników finansowych całego przedsiębiorstwa. Współczesne techniki i metody cyfrowej obróbki i analizy danych umożliwiają zastosowanie procedur diagnostycznych zarówno do diagnozowania stanu prostych maszyn i urządzeń, jak również do nadzoru oraz diagnozowania realizacji procesów technologicznych i ewolucji stanów technicznych zachodzących w skomplikowanych systemach technicznych. Wymaga to z jednej strony uzupełnienia wiedzy o mechanizmach decydujących o przebiegu analizowanych zjawisk, z drugiej selekcji i opracowania metod oraz środków warunkujących wydobyć i rozpoznać informacji diagnostycznej.

Jednym z istotnych etapów procesu diagnostycznego jest wnioskowanie diagnostyczne i związane z tym zagadnienie oceny przydatności informacji diagnostycznej w procesie podejmowania decyzji. Na przykład, przechodząc do eksploatacji według rzeczywistego stanu technicznego z wykorzystaniem rozbudowanych układów diagnostycznych, należy oprócz doboru i adaptacji metod diagnozowania, rozwiązać wiele dodatkowych zagadnień natury organizacyjnej i ekonomicznej. Zwróćmy uwagę, że rozstrzygającym kryterium w procesie oceny potrzeby zastosowania układu są efekty ekonomiczne.

2. Metody eksploatacji zorientowane na bezpieczeństwo

Współczesne propozycje rozwiązań techniczno-organizacyjne [9] dodatkowo uwzględniają rozwój i aplikację technologii samotrzymania przy zachowaniu wysokiej efektywności produkcji i możliwie niskich kosztach eksploatacji.

Stąd analiza ryzyka i zmniejszenie niepewności oszacowań niezawodności stały się krytycznymi metodami w procesie podejmowania decyzji strategicznych, których celem jest zapewnienie bezpieczeństwa technicznego i minimalizacja kosztów.

Zarówno w Europie jak i w Ameryce za najbardziej efektywne metody uznano RBI (Risk Based Inspection) – nadzór wsparty analizą ryzyka oraz RBM (Risk Based Maintenance) – eksploatacja zorientowana na bezpieczeństwo. W metodach RBI i RBM odwołujących się do identycznych pojęć i sposobów opisu systemu, podsystemów, podobnej klasyfikacji, funkcjonalnych uszkodzeń i rodzajów uszkodzeń jak w metodzie RCM (niezawodnościowo zorientowanej eksploatacji) podejmowane są próby obliczenia ryzyka, w odróżnieniu od metody RCM, w której celem jest określenie stopnia (klasy) krytyczności analizowanego obiektu lub elementu.

Zainteresowanie metodami RBT i RBM wynika również stąd, że w metodzie RCM dążymy jedynie do zakwalifikowania rodzaju uszkodzenia do określonej klasy i przypisania wszystkim rodzajom uszkodzeń danej klasy znaczenia i rozległości konsekwencji.

Taki sposób postępowania można przyjąć za satysfakcjonujący jedynie wówczas, gdy wartość strat jest mała i w analizie ryzyka wystarczy jedynie uwzględnić prawdopodobieństwo wystąpienia zdarzenia niepożądanego.

Uwzględniając rozrzut ocen czasu do wystąpienia awarii, głównym celem metod predykcji wspartych analizą ryzyka jest zmniejszenie niepewności prognozy. Jednym z istotnych sposobów rozwiązania tego problemu jest modelowanie oraz diagnozowanie przebiegu procesów degradacyjnych i zmęzeniowych, tym samym zmniejszenie wariancji ocen residualnego życia obiektu.

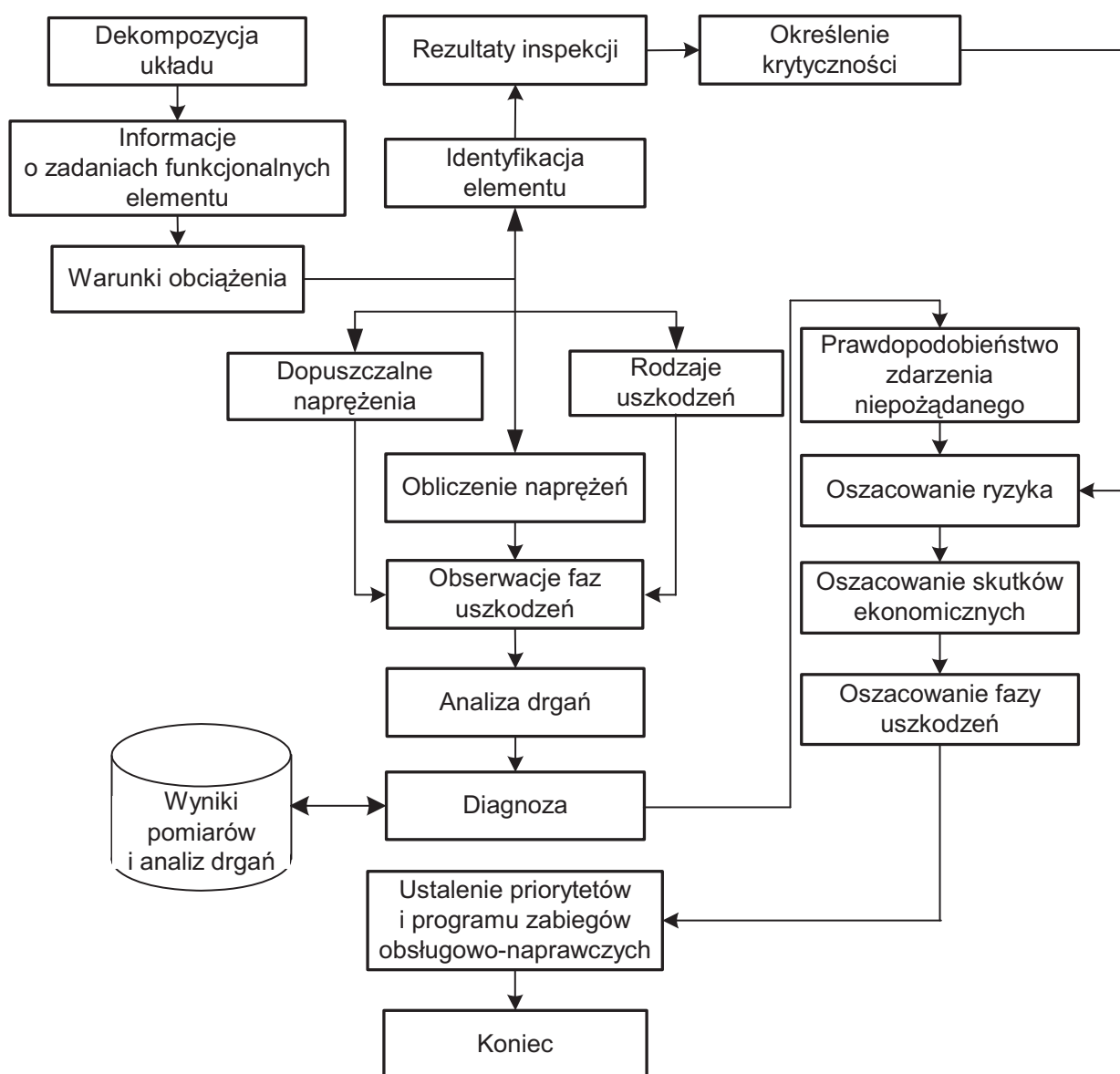
Realizacja tego celu wymaga oceny strukturalnej niezawodności systemu z uwzględnieniem detekcji i analizy procesów degradacji wszystkich składowych w uprzednim i aktualnym okresie użytkowania. Na tej podstawie możliwe jest zmniejszenie niepewności odnośnie oceny okresu czasu do awarii oraz prognozy wystąpienia i rozwoju innych typów uszkodzeń.

Takie ujęcie wymaga dostępu do odpowiedniej bazy danych o możliwych uszkodzeniach składowych systemu oraz wiedzy zgromadzonej na podstawie doświadczeń zdobytych przez odpowiednio przygotowanych pracowników.

Ogólnie w omawianej metodzie wyróżnia się następujące etapy:

1. Dekomponowanie analizowanego systemu na podukłady i elementy a następnie oszacowanie i ich krytyczność w najbardziej niekorzystnych scenariuszach zdarzeń,
2. Określenie czasu i zakresu kolejnej inspekcji,
3. Oszacowanie poziomu ryzyka każdego podukładu i elementu,
4. Wyznaczenie priorytetów utrzymania elementów zgodnie z ustalonym rankingiem poziomu ryzyka technicznego.

Ogólnie, analiza ryzyka powinna uwzględniać każdy rodzaj uszkodzenia, którego wystąpienia można oczekiwać, odnośnie poszczególnych elementów i podzespołów oraz obejmować zarówno oszacowanie prawdopodobieństwa wystąpienia uszkodzenia jak również rozległości i wysokości strat (konsekwencji). Procedury estymacji prawdopodobieństwa wystąpienia zdarzenia niepożądanego powinny uwzględniać rzeczywisty stan rozwoju uszkodzenia, ważniejsze uszkodzenia, rezultaty inspekcji i możliwe przyszłe uszkodzenia.



Rys. 2. Schemat procedury RBI wspartej diagnostyką wibroakustyczną [2]
 Fig. 2. Block diagram of RBI procedure based on vibroacoustic diagnostics [2]

Podobnie oszacowania powinny uwzględniać zarówno aspekty bezpieczeństwa jak i zagadnienia strat ekonomicznych spowodowanych uszkodzeniami wtórnymi, w tym koszty napraw, straty spowodowane przerwą w produkcji i wypłatą rekompensat za utracone zdrowie lub życie.

Otrzymane rezultaty oszacowań ryzyka powinny być zestawione w postaci macierzy ryzyka, która w naturalny sposób pozwala określić kategorie scenariuszy i ustalić priorytety. Schemat przedstawiający możliwość zastosowania metody RBI wspartej diagnostyką wibroakustyczną zaprezentowano na rysunku 2.

2. Wykorzystanie metod bayesowskich

Zauważmy, że takie ujęcie wymaga opracowania miar umożliwiających prowadzenie analiz porównawczych. Najczęściej tworzone są odpowiednie miary użyteczności, uwzględniające koszty związane z każdą alternatywną decyzją, w tym z decyzją, która może spowodować awarię. Jeśli uwzględnimy w naszym postępowaniu wszystkie etapy „życia maszyny” ocena użyteczności będzie stowarzyszona z występowaniem uszkodzeń, obsług i napraw oraz inspekcji diagnostycznych. Na przykład miara użyteczności może być wyrażona w postaci [6]:

$$E[C_R] = P_F C_F + P_E C_E + P_D C_D = E\{C_F\} + E\{C_E\} + E\{C_D\}, \quad (1)$$

gdzie:

$E\{C_F\}$, $E\{C_E\}$, $E\{C_D\}$ – wartości oczekiwane kosztów wystąpienia uszkodzenia, przeprowadzenia obsług i napraw oraz kosztów inspekcji diagnostycznej (monitoringu).

Zauważmy, że przytoczona miara użyteczności może być włączona do funkcji użyteczności jako dodatkowy składnik. Zatem mając określoną funkcję użyteczności i prawdopodobieństwa poszczególnych stanów oraz korespondujące z tym konsekwencje możliwe jest określenie kosztów towarzyszących różnym alternatywnym akcjom. Odpowiednio w przypadku wykorzystania jedynie informacji apriorycznej odnośnie czasu T_0 i informacji o zużyciu eksploatacyjnym w czasie T_1 wartość oczekiwana funkcji przyjmuje postać:

$$E[u] = \min \left\{ P'(\theta_0 / T_0) \cdot C_K + P'(\theta_1 / T_0) \cdot (C_K + C_C) + \right. \\ \left. + P'(\theta_0 / T_1) \cdot (C_K + C_E) + P'(\theta_1 / T_1) \cdot (C_K + C_E + C_C) \right\}, \quad (2)$$

gdzie:

$P'(\theta_0 / T_0)$ – prawdopodobieństwo tego, że obciążalność jest większa od obciążenia dla czasu $t=T_0$,

$P'(\theta_1 / T_0)$ – prawdopodobieństwo tego, że obciążenie jest większa od obciążalności dla czasu $t=T_0$,

$P'(\theta_0 / T_1)$ – prawdopodobieństwo tego, że obciążalność jest większa od obciążenia dla czasu $t=T_1$,

$P'(\theta_1 / T_1)$ – prawdopodobieństwo tego, że obciążenie jest większa od obciążalności dla czasu $t=T_1$,

C_K – koszty kontroli stanu,

C_C – konsekwencje hipotetycznych strat w przypadku wystąpienia awarii,

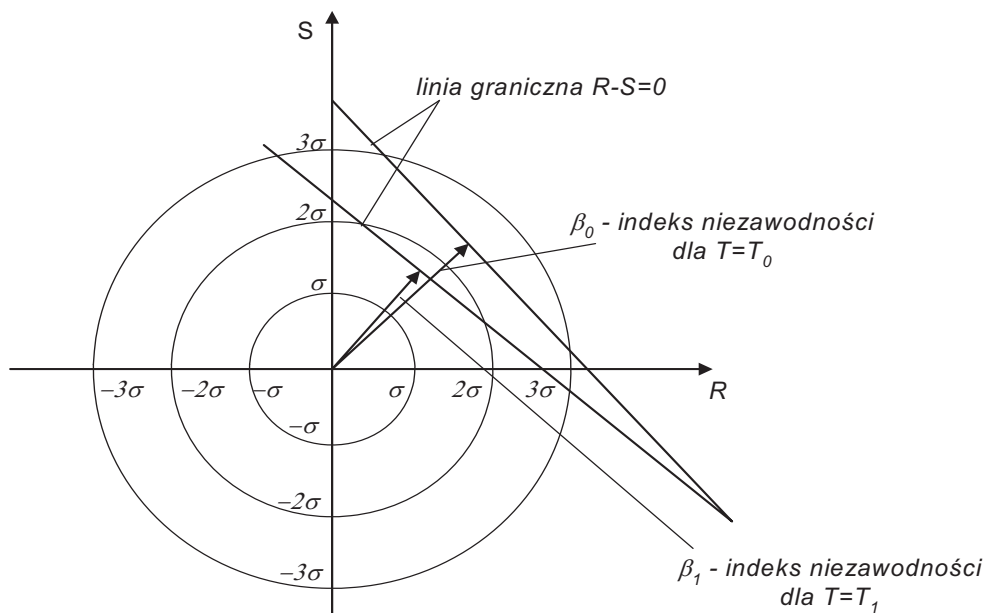
C_E – Koszty zabiegów eksploatacyjnych.

W przypadku możliwości uzyskania dodatkowej informacji np. w efekcie zastosowania procedur diagnostycznych (rysunek 3) przedstawiony model decyzyjny może być uaktualniony – możliwa jest analiza na podstawie modelu aposteriorycznego:

$$E''[u] = \min \left\{ P''(\theta_0 / T_0, \hat{f}_u) \cdot C_K + P''(\theta_1 / T_0, \hat{f}_u) \cdot (C_K + C_C) + \right. \\ \left. + P''(\theta_0 / T_1, \hat{f}_u) \cdot (C_K + C_E) + P''(\theta_1 / T_1, \hat{f}_u) \cdot (C_K + C_E + C_C) \right\}, \quad (3)$$

gdzie:

- $P'(\theta_0/T_0, f_u)$ – prawdopodobieństwo a posteriori tego, że obciążalność jest większa od obciążenia dla czasu $t=T_0$,
- $P'(\theta_1/T_0, f_u)$ – prawdopodobieństwo a posteriori tego, że obciążenie jest większa od obciążalności dla czasu $t=T_0$,
- $P'(\theta_0/T_1, f_u)$ – prawdopodobieństwo a posteriori tego że obciążalność jest większa od obciążenia dla czasu $t=T_1$,
- $P'(\theta_1/T_1, f_u)$ – prawdopodobieństwo a posteriori tego, że obciążenie jest większa od obciążalności dla czasu $t=T_1$.



Rys. 3. Ilustracja wpływu zużycia eksploatacyjnego na wielkość indeksu niezawodności [8]
Fig. 3. The illustration of wear impact on the reliability index [8]

Zauważmy, że bayesowskie uaktualnianie może dotyczyć różnych rodzajów informacji w tym, liczności obiektów w dobrym stanie technicznym, gotowości, charakterystyk materiałowych, imperfekcji geometrycznych i materiałowych, procesów degradacji i zmęczenia, zdolności przenoszenia obciążeń, statycznych i dynamicznych właściwości obiektu w różnych warunkach obciążeń i różnych warunkach środowiskowych. Uwzględniając w procedurach oceny stanu technicznego tego typu nową informację mamy możliwość przekształcenia uproszczonych modeli w probabilistyczne modele aposterioryczne. Zadanie to zwykle jest sprowadzone do analizy obiektu obciążeń i wpływu środowiska, natomiast wybór zakresu, rodzaju i szczegółowości procedur diagnostycznych zwykle nie wchodzi w zakres analiz bayesowskich.

Tymczasem decyzja czy wystarczy jedynie uaktualnianie parametrów zmiennych losowych dotyczących obciążeń i obciążalności czy też należy dodatkowo podjąć zagadnienie uaktualnienia prawdopodobieństwa zdarzeń (wystąpienia uszkodzenia) ma duży wpływ nie tylko na efektywność usuwania niepewności, ale również na wysokość ponoszonych kosztów.

Dla wyjaśnienia tych problemów prowadzi się często tzw. preposterioryczną analizę, której celem jest określenie potrzeby i zakresu eksperymentu diagnostycznego, z uwzględnieniem towarzyszących temu kosztów. Dodatkowo, jeśli jest możliwe przeprowadzenie kilku eksperymentów różnego typu konieczne jest utworzenie kolejnej miary użyteczności, która będzie mogła być wykorzystana w procesie podejmowania decyzji.

Rozważmy sytuację, gdy eksperyment diagnostyczny jest zaplanowany, a wyniki tego eksperymentu są ciągle nieznane, wówczas zależność opisująca miarę użyteczności przyjmuje postać:

$$E[u] = \sum_{i=1}^n P'(z_i) E''[u | z_i] = \sum_{i=1}^n P'(z_i) \min_{i=1, m} \{E'''[u(T_j) | z_i]\}, \quad (4)$$

gdzie:

$$P'(z_i) = P(z_i | \theta_0) \cdot P(\theta_0) + P(z_i | \theta_1) \cdot P(\theta_1), \quad (5)$$

przy czym:

i – liczba możliwych do przeprowadzenia eksperymentów,

j – liczba alternatywnych decyzji o różnych konsekwencjach.

Tak skonstruowana miara umożliwia wybór sekwencji lub rodzaju eksperymentu zgodnie z kryterium minimalizacji kosztów.

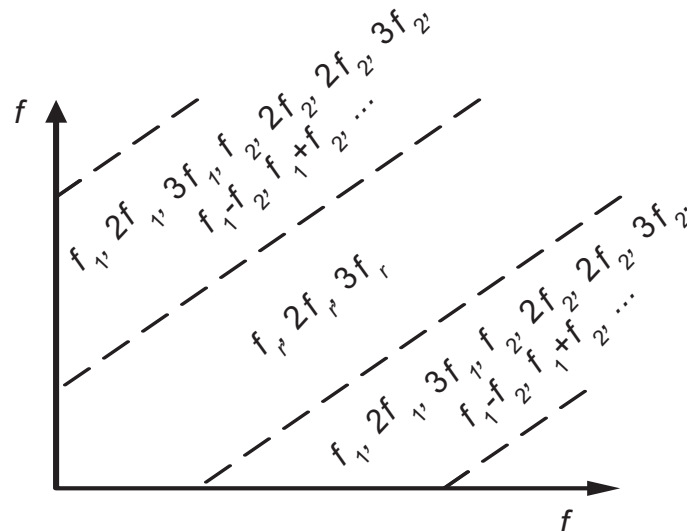
4. Selekcja cech sygnału wibroakustycznego

Do najczęściej i powszechnie wykorzystywanych cech sygnału wibroakustycznego w zadaniu detekcji uszkodzeń należą częstotliwości rezonansowe i wektory kształtu postaci własnych.

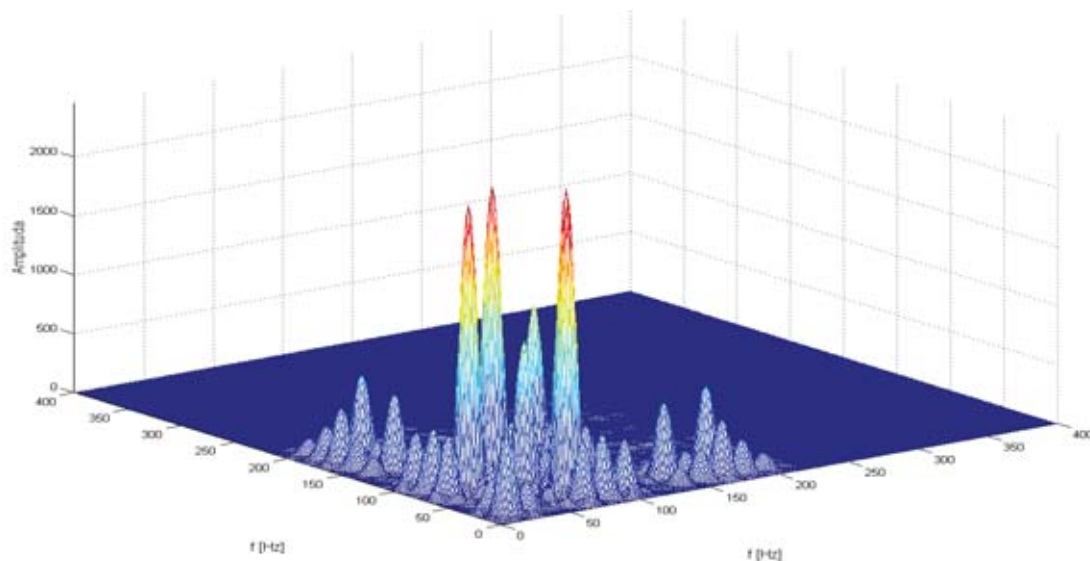
Uzyskuje się je zarówno z przebiegów czasowych, przeważnie przyspieszeń bezwzględnych, jak i widm tych przebiegów. Często widma są normalizowane przez widmo wejść dla otrzymanej częstotliwościowej charakterystyki nadzorowanego obiektu. O ograniczonym zastosowaniu tych miar decydują problemy związane z pomiarem i wynikającą stąd dużej niepewności statystyczną (wskazane jest analizowanie wyższych składowych częstotliwości oraz pochodnych funkcji kształtu postaci drgań). Inną klasą metod mających na celu identyfikację uszkodzeń stanowią parametry diagnostyczne odnoszące się do zmian w macierzach mas, sztywności i tłumienia. Porównując odpowiednie wskaźniki macierzy po wystąpieniu uszkodzenia z podobnymi miarami przed uszkodzeniem można oszacować miejsce i rozmiar uszkodzenia.

Zauważmy, że dotychczas wspomniane metody odwoływały się albo do możliwości pomiaru wejść (wymuszeń) lub do danych uzyskanych przed wystąpieniem uszkodzenia. Tymczasem dużą grupę stanowią parametry diagnostyczne tworzone bezpośrednio z przebiegów czasowych oraz odpowiadającym im widm. Najważniejszą zaletą tego sposobu tworzenia parametrów jest ich selektywna wrażliwość na rodzaj i fazę rozwoju uszkodzenia, możliwości tworzenia symptomowych modeli, oraz relacji diagnostycznych wspartych zjawiskowo zorientowanymi modelami generacji sygnałów wibroakustycznych.

Kategorię bezpośrednio tworzonych parametrów można podzielić na grupy parametrów diagnostycznych utworzonych w dziedzinie czasu, w dziedzinie częstotliwości, oraz w dziedzinach zjawiskowo transformowanych (np. cepstrum). Dodatkowo duże znaczenie mają metody reprezentacji czasowo-częstotliwościowej, pozwalające lokalizować zmiany częstotliwości w czasie oraz metody analizy widm wyższego rzędu, z których największe znaczenie mają miary utworzone na podstawie bispektrum. Stanowią one bazę do analizy relacji pomiędzy powstaniem uszkodzenia a rozwojem i zmianami efektów nieliniowych (rysunki 4 i 5).



Rys. 4. Rozkład odpowiednich składowych kwadratowych i sześciennych na płaszczyźnie Bispektrum [7]
Fig. 4. Distribution square and cubic nonlinear component of vibroacoustic signal on bispectrum plane [7]



Rys. 5. Bispektrum sygnału z modulacją wzajemną i nieliniowym wyrazem kwadratowym [7]
 Fig. 5. Bispectrum of a signal with mutual modulation and squared non-linearity [7]

5. Przykład wykorzystania metody Bayesa

Dobłą ilustrację omawianego sposobu wykorzystania wzoru Bayesa w ocenie zmian parametrów rozkładu na podstawie informacji diagnostycznej jest praca Cruse'a [1], w której twierdzenie Bayesa wykorzystano do ustalenia wartości parametrów opisujących przyrost zmęczenia uszkodzenia z uwzględnieniem obserwacji rozwoju pęknięcia.

Istota tego podejścia polega na uaktualnieniu estymowanych parametrów probabilistycznego modelu dla osiągnięcia większej zgodności rezultatów modelowania i obserwacji.

Zgodnie z przedstawionymi wyżej założeniami przyjmuje się, że nieznanne lub niepewne parametry rozkładu są zmiennymi losowymi. Niepewność estymacji parametrów może być kojarzona ze zmiennością zmiennych losowych za pomocą twierdzenia Bayesa.

Następnie zakładając, że będziemy estymować parametry apriorycznego rozkładu parametru a funkcji gęstości prawdopodobieństwa $f(a)$ oraz że D jest zbiorem obserwacji pozwalającym zmniejszyć niepewność aprioryczną pod warunkiem uwzględnienia wyników obserwacji, to estymację parametrów rozkładu a posteriori będziemy mogli prowadzić za pomocą formuły:

$$f(a/D) = \frac{f(D/a)f(a)}{f(D)}, \quad (6)$$

gdzie:

$$f(D) = \int_{-\infty}^{\infty} f(D/a)f(a)da,$$

co oznacza, że dodatkowo można przyjąć, że mianownik opisany całką funkcji gęstości prawdopodobieństwa aposteriorycznego jest stały i równy jedności oraz że $f(D/a)$ jest prawdopodobieństwem obserwacji, które może być wyrażone przez funkcję wiarygodności. Wówczas równanie (6) można zapisać w postaci:

$$f(a/D) = K_B \cdot L[D/a] \cdot f(a), \quad (7)$$

gdzie:

- K_B – stała normująca,
- $L[D/a]$ – funkcja wiarygodności.

W wypadku, gdy obserwacje umożliwiają zarówno wykrycie występowania uszkodzenia lub jego braku, funkcja wiarygodności dla probabilistycznego modelu zmęczeniowego pęknięcia przedstawia prawdopodobieństwo uszkodzenia dla określonej liczby cykli $P(N_j < N)$.

Uwzględniając, że rozkład wartości pęknięcia ma rozkład eksponentialny, a uzyskana liczba cykli do wystąpienia uszkodzenia zależy od funkcji intensywności uszkodzeń, funkcję wiarygodności zapisuje się w tym przypadku w postaci:

$$L[B/a] = \prod_{i=1}^n p(N_{f_i}/a) \times \prod_{j=1}^m [1 - P(N_{s_j}/a)], \quad (8)$$

gdzie:

n – oznacza zbiór wykrytych uszkodzeń,

m – oznacza zbiór zdarzeń określających brak uszkodzenia.

Stąd, korzystając ze wzoru (7) aposterioryczna intensywność uszkodzeń będzie wyrażona zależnością:

$$f(a/D) = K_B \cdot L[D/a] \cdot f(a). \quad (9)$$

Jak wskazano w cytowanej pracy takie podejście pozwala zmniejszyć niepewność ocen, prowadzonych na podstawie niewielkiej ilości wyników uzyskanych w porównywalnych warunkach.

Zauważmy, że wzór Bayesa (7) można zapisać jako proporcjonalność rozkładu a posteriori i a priori:

$$f(a/D) = \frac{f(D/a)f(a)}{f(D)} \propto f(D/a)f(a). \quad (10)$$

Dodatkowo zauważmy, że zgodnie z prawem Jeffreysa [5] aprioryczna gęstość prawdopodobieństwa jest proporcjonalna do pierwiastka kwadratowego wyznacznika macierzy informacji Fishera:

$$f(a) \propto (\det I(a))^{1/2}, \quad (11)$$

gdzie:

$I(a) = -E \left[\frac{\partial^2 \ln f(D/a)}{\partial a^2} \right]$ – jest obliczona jako macierz uśrednionych drugich pochodnych

z logarytmu funkcji wiarygodności określonej na podstawie wyników eksperymentu.

Stąd ostatecznie wzór (30) zapisujemy w postaci:

$$f(\lambda/D) \propto L(D/\lambda)(\det I(\lambda))^{1/2}. \quad (12)$$

6. Podsumowanie

Przestawiony w opracowaniu sposób wykorzystania metody analizy ryzyka wspartej diagnostyką wibroakustyczną w podejmowaniu decyzji eksploatacyjnych nawiązuje z jednej strony do definicji ryzyka i związanego z tym oszacowania prawdopodobieństwa wystąpienia zdarzenia niepożądanego oraz estymacji rozległości i wartości strat, jakie temu zdarzeniu mogą towarzyszyć, z drugiej do możliwości wykorzystania rezultatów eksperymentu diagnostycznego w zadaniu zmniejszania niepewności odnośnie estymacji parametrów aposteriorycznego rozkładu intensywności uszkodzeń. Wykorzystanie modeli bayesowskich umożliwia bezpośrednią aplikację wyników obserwacji diagnostycznej w bayesowskiej estymacji aposteriorycznego rozkładu oraz podjęcie problemu doboru apriorycznego rozkładu. Jak wykazano w przykładzie takie

zastosowanie informacji diagnostycznej umożliwia rozwiązanie zagadnienia wyznaczania warunkowego rozkładu prawdopodobieństwa parametrów intensywności uszkodzeń na podstawie rezultatów uzyskanych w eksperymencie diagnostycznym.

„Praca naukowa finansowana ze środków Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego”

Literatura

- [1] Cruse, T. A., *Reliability – Based Mechanical Design*, Marcel Dekker, Inc. New York, 1997.
- [2] Dybała, J., Mączak, J., Radkowski, S., *Wykorzystanie sygnału wibroakustycznego w analizie ryzyka technicznego*, ITE Radom, 2006.
- [3] Faber, M. H., *Risk and Safety in Civil Engineering*, 2001.
- [4] http://www.ibk.ethz.ch/fa/education/ws_safety/index_EN
- [5] Jaynes, E. T., *Information Theory and Statistical Mechanics*, Physical Reviews, Vol., 106, pp. 620-630, 1957.
- [6] Jeffreys, H., *Theory of probability*, Data, Oxford University Press, Oxford, 1961.
- [7] Nozer, D. Singpurwalla, N. D., *Reliability and Risk A Bayesian Perspective*, John Wiley & Sons Ltd Chichester England, 2006.
- [8] Radkowski, S., *Nonlinearity And Intermodulation Phenomena Tracking As A Method For Detecting Early Stages Of Gear Failures*, WCEAM'07, 2007.
- [9] Radkowski, S., *Podstawy bezpiecznej techniki*, OWPW, 2003.
- [10] Yatomi, M. et al., *Application of Risk-Based Maintenance on Materials Handling Systems*, IHI Engineering Review, vol. 37, No 2, pp. 52-58, 2004.